

Про ЕС-пластичність одиничних куль та еліпсоїдів у банахових просторах  
Заварзіна Олеся Олегівна

Метричний простір  $M$  називається ЕС-пластичним (або просто пластичним), якщо будь-яка нерозтягувальна бієкція  $F: M \rightarrow M$  є ізометрією. Відкритим є питання стосовно пластичності одиничної кулі нескінченновимірного банахового простору. Існує лише декілька часткових позитивних відповідей, як-от результати з [1], [2], [3]. Нещодавно було доведено пластичність одиничної кулі ще одного простору, а саме

**Теорема 1** ([5, Theorem 3]). *Одинична куля простору  $\ell_1 \oplus_2 \mathbb{R}$  є пластичною.*

З іншого боку, у роботі [1] наведено приклад непластичного еліпсоїда у гільбертовому просторі. У роботі [4] цей приклад було узагальнено, а також було доведено критерій лінійної пластичності еліпсоїда у термінах його півосей.

**Визначення 2.** *Нехай  $M$  – це підмножина нормованого простору  $X$ . Ця підмножина називається лінійно ЕС-пластичною (або просто лінійно пластичною), якщо будь-який лінійний оператор  $T: X \rightarrow X$  чие обмеження на  $M$  є нерозтягувальною бієкцією з  $M$  на  $M$  є ізометрією на  $M$ .*

Нам вдалося узагальнити результати з [4] і описати лінійно пластичні еліпсоїди задані через квадратичну форму обмеженого додатно визначеного самоспряженого оператора у термінах спектра цього оператора.

**Теорема 3** ([6, Theorem 9]). *Еліпсоїд є лінійно пластичним тоді і тільки тоді, коли спектр породжуючого оператора  $A$  має порожню неперервну частину і кожна підмножина власних значень оператора  $A$ , який складається з більш ніж одного елемента, має максимум скінченної кратності або має мінімум скінченної кратності.*

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Cascales B., Kadets V., Orihuela J., Wingler E.J. *Plasticity of the unit ball of a strictly convex Banach space*, Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A. Matemáticas, **110(2)**(2016), 723–727.
- [2] Kadets, V., Zavarzina, O.: Non-expansive bijections to the unit ball of  $\ell_1$ -sum of strictly convex Banach spaces. Bull. Aust. Math. Soc. **97(2)**, 285–292 (2018)
- [3] Angosto, C., Kadets, V., Zavarzina, O.: Non-expansive bijections, uniformities and polyhedral faces. J. Math. Anal. Appl. **471** (1-2), 38–52 (2019)
- [4] Zavarzina, O.: Linear expand-contract plasticity of ellipsoids in separable Hilbert spaces. Matematychni Studii. **51**(1), 86–91 (2019)
- [5] Haller, R., Leo, N., Zavarzina, O.: Two new examples of Banach spaces with a plastic unit ball. Acta et Commentationes Universitatis Tartuensis de Mathematica. **26** (1), 89-101 (2022) <https://ojs.utlib.ee/index.php/ACUTM/article/view/ACUTM.2022.26.07>
- [6] Karpenko, I., Zavarzina, O.: Linear expand-contract plasticity of ellipsoids revisited. Matematychni Studii. **57(2)**, 192-201 (2022)