

Числовий метод розв'язання повного гіперсингулярного інтегрального рівняння другого роду

Олексій Володимирович Костенко

Мова йде про рівняння

$$hu(y)\sqrt{1-y^2} - \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{u(t)}{(t-y)^2} \sqrt{1-t^2} dt + \frac{a}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{u(t)}{y-t} \sqrt{1-t^2} dt + \\ + \frac{b}{\pi} \int_{-1}^1 \ln|t-y| u(t) \sqrt{1-t^2} dt + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 K(t,y) u(t) \sqrt{1-t^2} dt = f(y),$$

де змінна y належить інтегралу $(-1,1)$, а параметри h , a та b — задані ненульові числа. Другий доданок у лівій частині рівняння — гіперсингулярний інтеграл — розуміється у сенсі Адамара, третій доданок — сингулярний інтеграл — у сенсі Коші, четвертий доданок — невластний інтеграл. Функція f є неперервною за Гьольдером, функції K та u — неперервно-диференційовані за Гьольдером.

Такі рівняння відіграють важливу роль на математичному боці задач дифракції та розсіяння хвиль, теорії лазеру та дослідженні метаматеріалів.

Основні результати:

- числовий метод, що дає наближений розв'язок рівняння — функцію u_{n-2} , — поліном ступеня $n-2$;
- критерій існування та єдності розв'язку, що пов'язує існування та єдність, у відповідності з підходом Фредгольма;
- апріорна оцінка швидкості збіжності послідовності наближених розв'язків до точного розв'язку, що не перевищує числа, пропорційного $\frac{1}{\sqrt{n-2}}$;
- числовий аналіз модельної задачі — рівняння з точним розв'язком, — що характеризує апостеріорну збіжність методу.

Основною перевагою розробленого числового методу є якість матриці системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно значень шуканої функції у вузлах інтерполяції. Усі елементи головної діагоналі матриці пропорційні числу n , усі інші елементи матриці пропорційні — $\frac{1}{n}$. Ця риса вельми корисна для числового аналізу. Важливою перевагою методу є добра апостеріорна числова збіжність, краща за апріорну.

Представлені результати склали основу статті *A numerical method for solving a complete hypersingular integral equation of the second kind and its justification* поданої до журналу *Mathematical modelling and analysis*. Робота отримала схвалення редакційної колегії та буде опублікована цього року.