Ирина Карпенко

Студентка 1-го курса магистратуры кафедры фундаментальной математики ХНУ им. В. Н. Каразина

Руководители: А. М. Вишнякова, С. Ю. Фаворов

Название доклада: «Об операторе Похгаммера и гиперболических многочленах с разделенными корнями»

Анотация

Для данного $h>0$ рассмотрим линейный оператор Похгаммера P_h на пространстве вещественных многочленов, заданный следующей формулой: $P_h(x^k)=x(x-h)...(x-(k-1)h),\ k=0,1,2,...$.

G.Pólya доказал, что оператор P_h не уменьшает число положительных корней вещественного полинома с учетом кратности. F. Brenti (позже, независимо, S. Fisk) доказал, что, если Q − многочлен со всеми положительными корнями, то минимальное расстояние между корнями $P_h(Q)$ не меньше h.

Получены, в частности, такие результаты.

1. Получены достаточные условия (в стиле Хатчинсона) для того, чтобы вещественный многочлен имел меш (логарифмический меш), больший наперед заданного числа.

2. Пусть $Q, \deg Q = n \geq 2,$ − многочлен с корнями $0 < x_1 \leq x_2 \leq ... \leq x_n$. Обозначим $0 < y_1 < y_2 < ... < y_n$ – корни $P_h(Q)$. Тогда $y_1 < x_1$ и $y_n > x_n + (n-1)h$. Первое из неравенств было сформулировано в качестве гипотезы S.Fisk-ом.

3. Пусть $Q(x)=\sum_{k=0}^{n} a_k x(x-h)...(x-(k-1)h)$ – многочлен со всеми вещественными корнями, и минимальное расстояние между различными корнями Q больше или равно h. Если $a_0 \neq 0, a_n \neq 0, a_p = 0$ для некоторого p=1, 2, …, n-1, то $a_{p-1}\ a_{p+1} < 0$.

4. Пусть $Q(x)=\sum_{k=0}^{n} a_k x(x-h)...(x-(k-1)h)$, $R(x)=\sum_{k=0}^{n} b_k x^k$ − многочлены

со всеми вещественными корнями, причем минимальное расстояние между различными корнями Q больше или равно h. Если $a_n \neq 0, b_n \neq 0$, то число положительных корней полинома $\mathrm{S}(\mathrm{x}) := \sum_{k=0}^{n} k! a_k b_k x^k$ больше или равно числа знакоперемен в последовательности $a_0, -a_1, a_2, -a_3, ..., (-1)^n a_n$ (h-аналог теоремы Шура о свертке).

Список работ

1. M. Golitsyna and I. Karpenko, On the Pochhammer transformation and hyperbolic polynomials decomposed in the Pochhammer basis, Journal of Difference Equations and Applications, 22, No. 12, pp. 1871–1879, 2016 (http://dx.doi.org/10.1080/10236198.2016.1248956).

2. I. Karpenko and A. Vishnyakova, On sufficient conditions for a polynomial to be signindependently hyperbolic or to have real separated zeros, Mathematical Inequalities & Applications, 20, No. 1, pp. 237–245, 2017 (http://files.ele-math.com/preprints/mia-20-18.pdf).