Аннотация доклада

Устойчивость по Лагранжу и численное решение полулинейных дифференциально-алгебраических уравнений

Филипковская М. С.

Основные результаты, полученные докладчиком:

1) Доказаны теоремы об устойчивости и неустойчивости по Лагранжу полулинейного дифференциально-алгебраического уравнения (ДАУ) [1]

$$\frac{d}{dt}[Ax] + Bx = f(t,x), \tag{1}$$

линейной части которого соответствует регулярный пучок операторов $\lambda A + B$ (такое ДАУ называют регулярным). Теорема об устойчивости по Лагранжу дает достаточные условия существования и единственности глобальных решений, а также условия ограниченности глобальных решений. Теорема о неустойчивости по Лагранжу дает достаточные условия существования и единственности решений с конечным временем определения (решения быстро возрастают за конечное время). Таким образом, теорема о неустойчивости по Лагранжу дает условия, при которых задача Коши не имеет глобальных решений.

2) Доказаны теоремы об однозначной глобальной разрешимости [2], устойчивости и неустойчивости по Лагранжу [3] сингулярного полулинейного ДАУ (1), т.е. с сингулярным пучком операторов. Условия глобальной разрешимости, полученные в [2] и [3], частично отличаются. Заметим, что классическим условием для существования глобальных решений является глобальное условие Липшица. Одним из преимуществ полученных теорем (как для сингулярного, так и для регулярного ДАУ) является то, что они не содержат глобального условия Липшица и подобных ограничений. При доказательстве теорем использовалась специальная блочная структура сингулярного пучка, описанная в [4]. Также в [4] подробно изложен метод ее нахождения.

3) Получены два комбинированных численных метода для решения полулинейных ДАУ с регулярным пучком операторов и доказана их сходимость [5]. Проведен сравнительный анализ этих методов и сделаны выводы об эффективности их применения в различных ситуациях. По сравнению с другими известными методами, полученные методы требуют более слабых ограничений для нелинейной части ДАУ. Также полученные методы позволяют вычислять приближенные решения на любом заданном отрезке времени.

4) В качестве приложений исследованы математические модели нелинейных радиотехнических цепей. Указаны ограничения на начальные данные и параметры цепей, которые гарантируют существование, единственность и ограниченность глобальных решений соответствующих эволюционных уравнений, а также условия, при которых решения имеют конечное время определения [1-3]. Проведен численный анализ математических моделей, которые описываются регулярными полулинейными ДАУ [1, 5]. Результаты численного анализа согласуются с результатами теоретических исследований.

1. Filipkovska M.S. Lagrange stability of semilinear differential-algebraic equations and application to nonlinear electrical circuits // J. Math. Phys., Anal., Geom. – 2018. – Vol. 14, № 2. – P. 169-196.
2. Filipkovskaya M. Global solvability of singular semilinear differential equations and applications to nonlinear radio engineering // Challenges of modern technology. – 2015. – Vol. 6, № 1. – P. 3-13.
3. Filipkovskaya M.S. Lagrange stability and instability of irregular semilinear differential-algebraic equations and applications // Ukrainian Math. J. – 2018. – Vol. 70, No. 6. – P. 947-979.
4. Filipkovska (Filipkovskaya) M.S. Block structure of a singular pencil of operators and method of finding it. – подано в печать.
5. Filipkovska M.S. Two combined methods for the global solution of semilinear differential-algebraic equations with the use of spectral projectors and Taylor expansions // arXiv:1808.03809. – подано в печать.