

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Гладкої Зої Миколаївни

**«Метод оберненої задачі розсіювання для рівняння Кортевега–де Фріза з
початковими даними типу сходинок»,**

**поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за
спеціальністю 01.01.03 — математична фізика.**

В дисертаційній роботі З.М. Гладкої обговорюються питання, пов'язані з розв'язанням задачі Коші для рівняння Кортевега–де Фріза з початковими даними типу сходинок, а також із подальшим асимптотичним аналізом розв'язку цієї задачі. В роботі отримано ряд нових цікавих результатів, які природним чином розділені на три розділи. Крім того, існує початковий (перший) розділ, присвячений огляду літератури, доволі об'ємної по цьому питанню, і викладенню основ класичного методу оберненої задачі розсіювання і методу задачі Рімана–Гільберта.

У другому розділі проведено спектральний аналіз оператора Шредінгера з потенціалом типу сходинок на всій осі. Припускається, що потенціал прямує до різних констант на різних півосях із заданою швидкістю, тобто він має заданий скінченний момент збурення, а також задану гладкість. При цьому найбільш широкий клас потенціалів, що розглядається — це локально сумовні (навіть не неперервні) потенціали з першим скінченним моментом збурення. На відміну від випадку спадного потенціалу, де задача розсіювання для потенціалу зі скінченням першим моментом повністю розв'язана В.О. Марченком вже 40 років тому, для потенціалу типу сходинок всі відомі результати стосуються лише другого моменту. У другому розділі дисертації вперше повністю досліджені пряма та обернена задачі для потенціалів типу сходинок зі скінченням першим моментом збурення, причому на такому ж рівні повноти і строгості, як у спадному випадку. У цьому розділі також отримані строгі оцінки швидкості спадання коефіцієнта відбиття на нескінченності у залежності від гладкості потенціалу, які покращують відомі

оцінки. Окрім того, у другому розділі розглянута дещо більш загальна задача розсіювання, яка призводить до потенціалу з сумовними збуреннями.

В третьому розділі ця обернена задача застосована до розв'язання задачі Коші для рівняння КдФ з початковими даними типу сходінки. Розв'язання цієї задачі в цілому здійснюється за тією ж схемою методу оберненої задачі розсіювання, що і у спадному випадку, де треба оцінити швидкість спадання по просторовій змінній ядер рівняння Марченко, що залежать від часу. Однак технічно ця задача набагато складніша. Це пов'язано як з крайовими ефектами на межі однократного і двократного спектрів при інтегруванні по частинам одного з ядер, так і з відсутністю гладкості другого коефіцієнта відбиття на цій межі, через що доводиться апроксимувати цей коефіцієнт і деякі інтеграли обчислювати явно. При цьому вражає об'єм зробленої роботи, яка знадобилась для того, щоб перевірити, що дані розсіювання і ядра рівнянь Марченко при еволюції залишаються в класі, допустимому для розв'язання оберненої задачі розсіювання. Особливо вражає робота з оцінками гіпергеометричних функцій.

Особливістю використаного і розвиненого методу є те, що для того щоб гарантувати існування класичного рішення рівняння КдФ, яке має три похідні по x , необхідно вимагати підвищену гладкість початкової умови. У зв'язку з цим, хотілося б відзначити що є методи, в яких навпаки, відбувається згладжування початкових даних. Є цілий ряд робіт по асимптотичному аналізу для спадаючих початкових даних для різних рівнянь (наприклад, стаття Germain, Pusateri, Rousset, 2015 по МкдФ), в яких не використовується факт повної інтегрованості, а аналіз проводиться методами функціонального аналізу. Наприклад, асимптотика рівняння МкдФ проведена Germain, Pusateri, Rousset, 2015. З іншого боку, КдФ цим методом ще не досліджувалось.

В четвертому розділі вивчена асимптотика розв'язку задачі Коші для рівняння КдФ, яке відповідає хвилі стиснення, при цьому накладено додаткові обмеження у порівнянні з попереднім розділом на початковий профіль, а саме, експоненціальне спадання до асимптот. Відзначимо, що попередні дослідження асимптотик розв'язку, що відповідає ударній хвилі рівняння КдФ, проводились тільки для початкових даних, що являють собою так звану чисту сходінку. Застосований у дисертації метод дослідження — це метод задачі Рімана-Гільберта. Слід зазначити, що формули для асимптотик, отриманих цим методом, мають доволі складний вид, і порівняння з формулами, отриманими раніше іншими методами, є важливою задачею. В дисертації показано, що в

середній (еліптичний) зоні розв'язок виявляється асимптотично близьким до класичного скінченнозонного розв'язку. Наскільки мені відомо, таке спостереження в рамках методу задачі Рімана-Гільберта зроблене вперше, і аналогічні формули у вигляді скінченнозонних розв'язків для інших рівнянь відсутні в літературі. Здобувач також порівняла отриману нею асимптотику з формулою Гуревича-Пітаєвського. Формули співпадають з точністю до фази.

Слід також відзначити оригінальне розв'язання відповідної векторної модельної задачі в еліптичній області, я не зустрічав раніше такого способу в більш ранніх роботах інших авторів. Порівняно зі стандартним методом отримання матричного розв'язку з подальшим домноженням його зліва на вектор $(1, 1)$, застосований прямий метод дає більш прості вирази для асимптотики розв'язку рівняння КдФ.

В тексті дисертації мають місце рад стилістичних неточностей і друкарських помилок, які не впливають, однак, на загальне позитивне враження від роботи. Зокрема, помітно, що вступ було перекладено з української мови автореферата, а текст перекладений з англомовних статей здобувача. Наприклад, на сторінці 6 на 6-му рядку знизу стоїть українське «і» замість «и».

В тексті зустрічаються неузгодженості по родам та відмінкам і значна кількість друкарських помилок. Наприклад:

- Сторінка 2. У назві розділу 2 у фразі «с потенциалом данными типа ступеньки» зайве слово «данными».
- Вступ, 5й рядок знизу, написано «Данную ... работу» а повинно бути «Данная ... работа». В цьому реченні згадування імені здобувача також виглядає зайвим.
- Сторінка 11, рядок 6й: замість «аппарат ... , с помощью которой» повинно бути «аппарат ... , с помощью которого».
- Сторінка 23, рядок 9й: у формулі написано підряд «-+». Повинно бути «+».
- Сторінка 42, рядок 12: у фразі "см., например (62)" пропущена кома після слова "например". Тут же 10й рядок знизу: зайва точка перед круглою дужкою.
- Сторінка 58, рядок 5: пропущені символи «с» у важливій для розуміння формулі.

- Сторінка 64, пункт 3: написано "потенциал потенциала".
- Сторінка 68, рядок 3, формулювання лем 3.3: зайва кома перед словом «являются».
- Сторінка 77, рядок 12 знизу: слово "подынтегральная" пишеться через "ы".

Сторінка 78, рядок 5 знизу: у нерівності замість символу «(» потрібно «0».

- Сторінка 77-78, формулювання леми 3.5 не виділено і зливається з текстом.
- Сторінка 74, 8й рядок: пропущена кома перед словом «соответствующие».
- Сторінка 81, 4й рядок починається з коми.
- Сторінка 86, пункт 3: пропущена кома перед словом «решение».
- Сторінка 132, рядок 8 знизу: «двузонным», має бути «двухзонным».

Мають місце нечіткості у формулюванні історичних фактів. Так на стор. 11 у першому абзаці сказано, що основне рівняння оберненої задачі розсіювання, рівняння ГЛМ, вперше було виведено в роботі [27] 1955 року, а в другому абзаці сказано, що вивчення обернених задач почалось з роботи [73] 1956 року.

Інші зауваження:

- Сторінка 67, формулювання леми 3.1.: умова обмеженості функції є надлишковою.
- Сторінка 72, останній абзац. Стверджується, що константи m і n , що характеризують клас розв'язків задачі Коші, оптимальні. Можливо, варто було б пом'якшити формулювання і написати «оптимальні константи у рамках даного підходу».
- Сторінка 83, формулювання Теорема 3.1. Однією і тією ж буквою позначені $q(x)$ та $q(x,t)$. Було б логічно позначити початкову умову індексом 0.
- Формулювання теорем 3.1, 3.2: що таке велике T ? Можливо, варто було б нагадати про це.
- Сторінка 113, формулювання теореми 4.3: навіщо вводити різні ε_1 і ε ? Достатньо взяти один ε з обох боків і звідси теорема з різними ε буде наслідком.
- Сторінка 121, формула (4.89): в лівій частині повинен стояти індекс RH , а не IM .

Вказані зауваження не ставлять під сумнів достовірність і цінність отриманих у дисертації результатів.

Зміст автореферату повністю відповідає змісту дисертації.

Дисертаційна робота "Метод оберненої задачі розсіювання для рівняння Кортевега–де Фріза з початковими даними типу сходинки" є завершеним науковим дослідженням, в якій розв'язуються актуальні питання в області математичної фізики, її результати можуть бути використаними у подальшому дослідженні спектральних задач та інтегровних нелінійних рівнянь.

Вважаю, що дисертаційна робота Гладкої З.М. "Метод оберненої задачі розсіювання для рівняння Кортевега–де Фріза з початковими даними типу сходинки" відповідає п.п. 9, 11 «Порядку присудження наукових ступенів...» МОН України та всім вимогам, що висуваються до кандидатських дисертацій, а її автор Гладка Зоя Миколаївна безумовно заслуговує присудження наукового ступеню кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.03 — математична фізика.

Офіційний опонент,

Кандидат фізико-математичних наук

Науковий співробітник SISSA

(International School for Advanced Studies)

06. 06. 2016

