

ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭКОНОМИКИ

УДК 330.1, 530.1

Мельник С. И.¹, Тулузов И. Г.², Омелянчук А. Н.³

КВАНТОВАЯ ЭКОНОМИКА — МИСТИКА ИЛИ РЕАЛЬНОСТЬ

¹Харьковский национальный университет радиоэлектроники,

²Харьковский региональный центр инвестиций,

³Физико-технический институт низких температур Академии наук Украины,

e-mail: ¹smelnyk@yandex.ru, ²tuluzov@krci.kharkov.ua, ³omelyanchouk@ilt.kharkov

Показано, что квантовые свойства могут возникать в классических системах в результате замены истинного механизма взаимодействия идеализированной моделью. Специфика рыночных отношений приводит к возникновению противоречий при детерминистическом описании динамики цены. При построении формальной модели это может приводить к нарушению неравенства Белла и возникновению в ней квантовых свойств.

Ключевые слова: квантовые игры, неравенство Белла, квантовая экономика, безрисковый портфель ценных бумаг, альтернативы экономического поведения, прибыль, квантовые свойства в экономических моделях.

Введение

В последние годы, начиная с работы Майера [5], наблюдается лавинообразный рост числа публикаций, посвященных «квантовым играм», в особенности в связи с их экономическими приложениями. Введение в игру дополнительных правил, опирающихся на использование квантовых объектов (например, кубитов), позволяет изменить ее свойства и увеличить общий выигрыш в не классических антагонистических играх («Дилемма заключенного», «Семейный спор» и т. п. [6]).

Однако в реальной экономической системе, все механизмы взаимодействия между игроками являются классическими. Поэтому вопрос о возможности проявления квантовых свойств в экономике все еще остается открытым. В связи с этим в последнее время все большее распространение получает гипотеза о том, что сам объект экономической игры (рынок, например) является классическим, в то время как квантовые свойства возникают в сознании игроков. Так, например, в работе [8] рассмотрены квантовые состояния стратегий игроков, формирующиеся в их сознании под влиянием рынка. При этом используется феноменологический подход, без анализа механизма формирования этих квантовых состояний.

Аналогичный метод часто применяется и при анализе проблемы измерения в физике, начиная с обсуждения парадокса «Шредингеровского кота» и «ЭПР-эксперимента». Так, например, развивая многомировую интерпретацию квантовой механики Эверетта-Уилера, М. Б. Менский предполагает, что «квантовая теория измерений может привести к теории сознания, как фундаментального физического свойства, которым, тем не менее, обладает лишь живая материя» [2]. Наиболее известным и обширным исследованием, посвященным квантовым свойствам сознания, является работа Роджера Пенроуза «Новый ум короля» [3].

Широко распространено мнение о том, что проблема измерения может быть сведена к вопросу о согласовании классической и квантовой картины мира. При этом, однако, упускается из виду, что феноменологическая модель наблюдателя противоречит не только квантовой, но и классической моделям. В частности, ни та, ни другая модели не в состоянии описать «свободу выбора» наблюдателем той или иной стратегии, независимо от остальных факторов.

Мы полагаем, что идеализация «свободы выбора» наблюдателя является основным источником парадоксов в теории измерений. В экономических приложениях она является априорным условием любых рыночных отношений. В результате свойства рынка в идеализированной модели могут оказаться как классическими, так и квантовыми. В экономических моделях квантовые свойства могут проявляться особенно ярко в связи с тем, что в самой их основе лежит принципиальная непредсказуемость цены и связанная с этим парадоксальность выбора стратегии в антагонистической игре.

В настоящей работе мы сначала кратко обсудим логическую сущность неравенств Белла, как основного критерия квантовости наблюдаемой системы на примере ЭПР-эксперимента.

Затем покажем, что в простой классической системе в результате замены реального классического механизма идеализированной моделью могут возникать квантовые свойства.

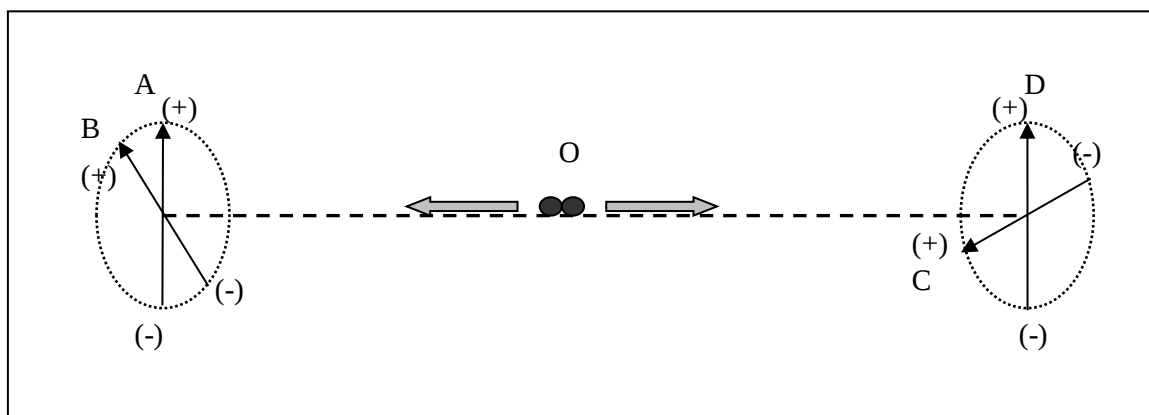
Далее мы рассмотрим три альтернативных способа решения парадокса, связанного с ЭПР-экспериментом. Покажем также, что одним из возможных объяснений его возникновения является идеализированный, неконструктивный подход к моделированию «свободы выбора» одного из возможных сценариев наблюдения.

Наконец, рассмотрим в качестве примера известные экономические модели рынка ценных бумаг и продемонстрируем некоторые из возможных механизмов проявления их квантовости.

Неравенство Белла как критерий «квантовости» наблюдаемой системы

Альтернативой квантовомеханическому описанию долгое время служили различные варианты моделей, основанных на введении «скрытых параметров». Сущностью этих попыток было предположение о наличии принципиально не измеримых классических параметров, которые могут объяснить результаты квантовомеханических экспериментов. В работах Белла была показана возможность экспериментальной проверки этого предположения [4].

Проиллюстрируем сущность неравенства Белла в простейшей «спиновой» версии ЭПР-эксперимента, предложенной Бомом.



Две частицы с суммарным спином 0 разлетаются из точки «О» в противоположные стороны на большое расстояние. Там у каждой из них может быть измерена проекция спина на одно из 2 направлений А или В для первой частицы и С или D для второй (при этом направления А и D могут в частном случае совпадать). Таким образом, экспериментальные данные представляют собой последовательность пар результатов, которые можно представить в виде таблицы:

	1	2	3	4	5	...
A	+	-	?	?	+	...
B	?	?	+	+	?	...
C	+	?	+	-	?	...
D	?	+	?	?	-	...
	AC	AD	BC	BC	AD	...

В клетках, соответствующих возможным, но не реализованным для каждой пары частиц измерениям, стоят знаки «?». В рассматриваемом контексте результаты этих не реализованных измерений играют роль скрытых параметров, а реализованные — позволяют рассчитать статистику $\rho_A(+)$; $\rho_B(+)$; $\rho_C(+)$; $\rho_D(+)$; единичных и парных измерений: $\rho_{AC}(++)$; $\rho_{AC}(+-)$; $\rho_{AC}(+-)$; $\rho_{AC}(--)$ (для пар AD;BC и BD аналогично).

Классическая модель скрытых переменных предполагает, что свойства частицы, соответствующие результатам измерений А и В, например, существуют одновременно. Другими словами, свойствам системы двух частиц соответствует полностью заполненная таблица, из которой мы можем наблюдать в эксперименте только часть. Так как свойства различных пар частиц независимы, то такая модель полностью характеризуется распределением $\rho_{ABCD}(****)$,

где (****) обозначает одну из возможных реализаций, например (+—+). Тогда наблюдаемые в эксперименте вероятности могут быть рассчитаны по обычным законам сложения вероятностей на основании этого распределения.

Очевидно, что пропущенные клетки таблицы можно заполнить бесконечным числом способов. Но если дополнительно предположить, что выбор одного из двух возможных измерений для каждого из наблюдателей свободен, то наблюдаемые в эксперименте статистики единичных и парных измерений должны соответствовать любому из этих выборов (нижняя строка таблицы). Единственное ограничение на выбор сценария измерений — его независимость от состояния частиц. Так, например, при сценарии «все измерения (AC)» мы должны получить такое же значение $\rho_A(+)$, как и при сценарии «все измерения (AD)». Белл показал, что при этом должны выполняться неравенства:

$$0 \leq \rho_A(+) + \rho_C(+) - \rho_{AC}(++) - \rho_{AD}(++) - \rho_{BC}(++) + \rho_{BD}(++) \leq 1$$

(и аналогично для других индексов).

В противном случае не существует ни одного способа заполнить пустые клетки таблицы измерений так, чтобы при любом выборе сценария измерений были получены «правильные» вероятности наблюдаемых результатов. В рассмотренном выше эксперименте при некотором выборе направлений неравенства Белла нарушаются. Из этого факта и следует необходимость вводить новые законы для расчета «квантовой вероятности», которые сохраняют «свободу выбора» сценария наблюдений, но при этом уже не требуют однозначного заполнения всех клеток таблицы.

При обсуждении ЭПР-парадокса часто упускается из виду, что предположение о существовании скрытой от наблюдения полностью заполненной таблицы связано не с особыми свойствами наблюдаемой системы, а с «очевидным» допущением того, что вместо наблюдения «А», например, могло бы быть проведено наблюдение «В». Тогда вся таблица могла бы быть заполнена результатами возможных наблюдений. И нарушение неравенства Белла при этом допущении означает, что результат наблюдения первой частицы должен зависеть от выбора второго наблюдателя (направление С или D). На этом обстоятельстве акцентирует внимание Р. Пенроуз [3]. Однако при этом отсутствует как физический механизм взаимодействия между частицами, так и возможность использования этой зависимости для организации «сверхсветового телеграфа». В квантовой модели такие состояния пары частиц называют перепутанными. До недавнего времени считалось, что феномен «перепутывания» является чисто квантовым.

Нарушение неравенства Белла в классической модели

Сравнительно недавно было обнаружено, что неравенство Белла может нарушаться и в классических моделях. Рассмотрим подробно одну из них, наиболее близкую к ЭПР — эксперименту [4].

У каждого из двух игроков есть по два ящика (А и В) у первого и (С и D) у второго. В каждом ящике k белых и k черных шаров. Первым ход делает игрок X, вынимая из ящика (А или В) один шар. В зависимости от того, будет этот шар белым или черным, и из какого ящика его вытащили, в ящиках игрока Y несколько шаров заменяют шарами противоположного цвета в соответствии со схемой (см. рисунок). Например, если из ящика А вытащен белый шар, то в ящиках С и D поменяют на черные соответственно q и r белых шаров. После этого игрок Y вытаскивает один шар из одного из своих ящиков (С или D) и результаты обоих «измерений» записывают в таблицу. Этот сценарий повторяется каждый раз с новым набором ящиков. Обратим внимание на следующие особенности модели:

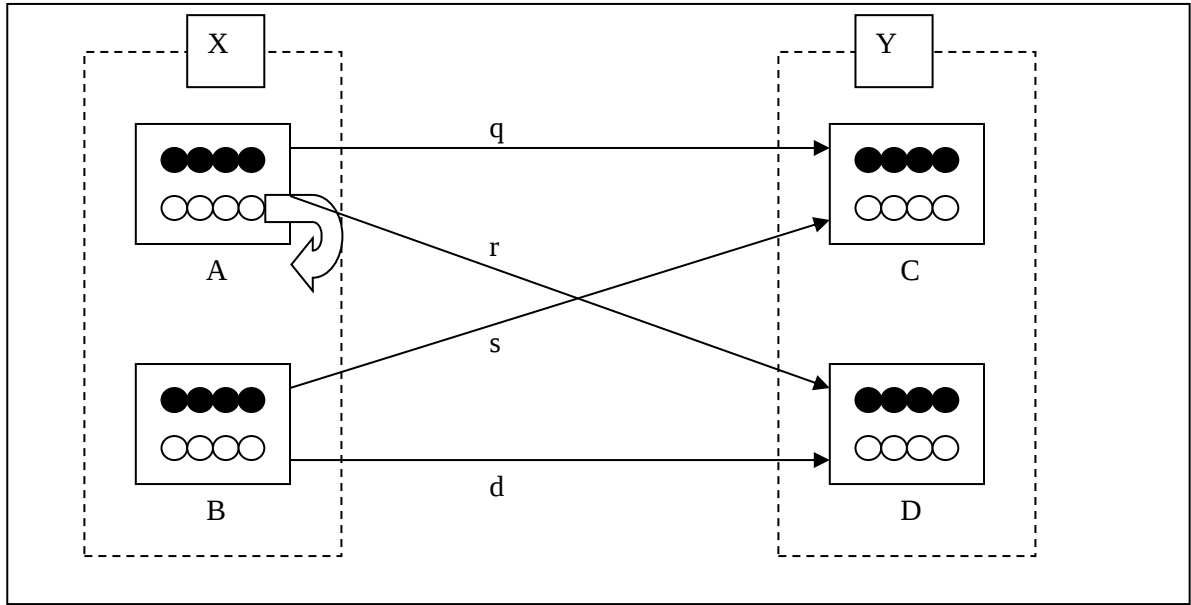
1. Правила симметричны как относительно цвета шаров, так и относительно того, кто делает первый ход (и соответственно, в ящиках какого из игроков заменяют шары).

2. Вероятность получения того или иного результата для каждого из 4 возможных «измерений» (AC, AD, BC или BD) также не зависит от того, кто из игроков делает первый ход.

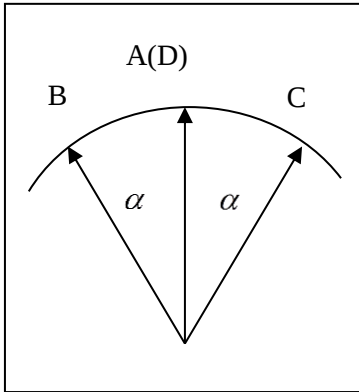
Для AC она, например, равна $\rho_{AC}(++) = \rho_{AC}(--) = \frac{k-q}{4k}$, $\rho_{AC}(+-) = \rho_{AC}(-+) = \frac{k+q}{4k}$ где «+» соответствует белому цвету.

3. Значения (q, r, s, d) варьируются в пределах $(-k, k)$, что позволяет смоделировать классически любую из ситуаций, возможных в рассмотренном выше ЭПР-эксперименте. А, следовательно, и реализовать статистику, в которой одно из неравенств Белла, например

$-2k \leq q+r+s-d \leq 2k$, нарушается.



Несмотря на формальную аналогию, эта модель принципиально отличается от ЭПР-эксперимента. В последнем результат одного из измерений не может влиять на результат второго, так как это пространственно-подобные события. По той же причине мы не можем сказать, что какое то из двух измерений произошло раньше. Тем не менее, существует два равноправных способа расчета вероятности результатов, в которых состояние системы коллапсирует под влиянием одного из измерений, а затем это новое состояние измеряется вторым наблюдателем. В классической модели с шарами влияние результата одного из измерений на другое прямо задается правилами игры. Для этого в действительности реализуется один из двух возможных механизмов замены шаров.



Но симметрия этих двух механизмов позволяет не оговаривать в правилах, какой из них использовать, а считать их одновременными, задавая лишь корреляции результатов измерений. Если неравенство Белла для определенных правилами вероятностей выполняется, то мы можем вообще отказаться от механизма замены шаров, а считать, что четверка ящиков выбирается случайным образом из ансамбля с некоторым распределением ρ_{ABCD} (****) белых и черных шаров в каждом из них. Например, в случае, когда в ЭПР-эксперименте направления A и D совпадают (далее обозначаем как A), а направления B и C повернуты относительно них в разных направлениях на одинаковый угол α , получим:

$$\rho_{AC}(++) = \rho_{AC}(--) = \rho_{AB}(++) = \rho_{AB}(--) = 1/2 \cdot \sin^2(\alpha/2)$$

$$\rho_{AC}(+-) = \rho_{AC}(-+) = \rho_{AB}(+-) = \rho_{AB}(-+) = 1/2 \cdot \cos^2(\alpha/2)$$

$$\rho_{BC}(++) = \rho_{BC}(--) = 1/2 \cdot \sin^2(\alpha)$$

$$\rho_{BC}(+-) = \rho_{BC}(-+) = 1/2 \cdot \cos^2(\alpha)$$

Для получения эквивалентных вероятностей в модели с ящиками должны быть заданы числа:

$$q/k = d/k = \cos(\alpha); \quad r/k = \cos(0) = 1;$$

$$s/k = \cos(2\alpha) = 2(q/k)^2 - 1$$

Требуемые вероятности единичных и парных измерений могут быть обеспечены ансамблем с распределением:

$$\rho_{ABC(D)}[+++(-)] = \rho_{ABC(D)}[---(+)] = 1/4 \cdot (1 - \cos \alpha - \cos^2 \alpha);$$

$$\rho_{ABC(D)}| - + (+) = \rho_{ABC(D)}| + - (-) = 1/4 \cdot (1 + \cos \alpha - \cos^2 \alpha) ;$$

$$\rho_{ABC(D)}| + + (-) = \rho_{ABC(D)}| + - (+) = \rho_{ABC(D)}| - + (-) = \rho_{ABC(D)}| - - (+) = 1/4 \cdot \cos^2 \alpha,$$

где цвет шара в ящике D всегда противоположен цвету шара в ящике A.

Таким образом, мы можем описать результаты эксперимента с помощью идеализированной классической модели, в которой состояние наблюдаемой системы не изменяется под влиянием измерения. Цвет шаров в каждом из четырех ящиков в каждом из экспериментов заранее задан, но представляет собой набор скрытых параметров, информацию о которых мы частично определяем в результате измерений. Важно отметить, что никакие из разрешенных правилами измерений не могут обнаружить, какой из двух описанных выше классических механизмов (с заменой шаров в ходе измерения или же без нее) использует арбитр.

Однако неравенство Белла может и нарушаться. В этом случае классического ансамбля наборов из четырех ящиков, обеспечивающего требуемые вероятности и исключающего влияние измерения на состояние системы, не существует. В этом легко убедиться, формально вычислив необходимое распределение $\rho_{ABCD}(\text{****})$. Возникающие при $|\cos \alpha| > (\sqrt{5} - 1)/2$ отрицательные значения вероятности лишены смысла. В модели с ящиками это соответствует нарушению неравенства $-2k \leq q + r + d - s \leq 2k$.

Тем не менее, мы все еще можем сохранить иллюзию отсутствия явного механизма взаимодействия подсистем в ходе измерения. Для этого необходимо описывать их состояние как «квантовое перепутанное». При этом результат измерения определяется действием на него соответствующего проективного оператора. Корреляции между результатами измерений, проведенных разными наблюдателями, уже заложены в волновую функцию системы и для их реализации не требуется никакого «физического» механизма влияния одного результата на другой. В то же время, квантовые правила вычисления вероятности исключают отрицательные вероятности, которые возникают при попытке классической интерпретации. Существенно, что и в этом случае, используя только разрешенные правилами измерения, мы не сможем отличить истинно квантовую систему (например, состоящую из двух частиц из ЭПР-эксперимента) от классической системы со скрытым механизмом взаимодействия.

Таким образом, квантовые свойства могут возникать при описании классической модели в том случае, когда мы заменяем истинный механизм влияния результатов различных измерений друг на друга моделью, в которой взаимодействие подсистем исключено, а ансамбль наблюдаемых объектов обладает статистическими свойствами (характеризуется некоторой функцией распределения). В том случае, когда для статистики результатов разрешенных измерений нарушается одно из неравенств Белла, классическая функция распределения «скрытых параметров» должна быть заменена волновой функцией. Такая замена сохраняет все корреляции наблюдаемых свойств системы. Поэтому с точки зрения наблюдателей она является математически эквивалентной.

Свобода выбора наблюдателя в физических моделях (конструктивное определение)

Как было показано выше, попытка построить классическую интерпретацию эксперимента типа ЭПР без учета взаимодействия может привести к парадоксам (отрицательные вероятности классического распределения — одно из проявлений этой парадоксальности). Введение волновой функции перепутанных состояний и «квантовых правил» расчета вероятностей вместо классически распределенных «скрытых параметров» позволяет их преодолеть. Однако, тот же результат может быть достигнут и другими способами.

Рассмотрим более подробно предположения, положенные в основу противоречивой классической модели ЭПР-эксперимента. При выводе неравенств Белл ввел понятие «объективной локальной теории», в которой свойства частицы существуют объективно, независимо от эксперимента и их состояние характеризуется некоторым набором скрытых параметров λ [7]. В этом случае результат наблюдения за первой частицей, например, задается двузначной функцией $p_1(A, \lambda)$, где A — ориентация прибора. Полная вероятность получения положительного результата $\{+\}$ при наблюдении ансамбля частиц равна $P_1(A) = \int p_1(A, \lambda) \cdot \rho(\lambda) d\lambda$. Очевидно, в рассмотренном выше примере распределение $\rho_{ABCD}(\text{****})$ может играть роль распределения скрытых параметров $\rho(\lambda)$, где λ принимает одно из 8 возможных значений. Более того, любой

другой набор функций типа $p_1(A, \lambda)$ может быть представлен распределением $\rho_{ABCD}(\text{****})$ без потери статистических свойств. В случае большого, а тем более, непрерывного количества возможных направлений измерения спина такая замена приводит к катастрофическому повышению сложности описания, но формально остается возможной.

Обратим внимание, что при таком формальном определении скрытых параметров факт существования распределения $\rho(\lambda)$ никак не связан со свойствами наблюдаемой системы. Достаточно предположить, что «наблюдатель имеет возможность измерить направление спина в любом из допустимых направлений и получить при этом некоторый результат». И если этот результат не зависит от действий (выбора) второго наблюдателя, то мы всегда сможем представить, что набор всех результатов соответствует полностью заполненной таблице и некоторой функции $\rho_{ABCD}(\text{****})$.

В квантовой механике предположение о независимости и полной свободе выбора обеих наблюдателей остается в силе. Однако для согласования с экспериментом приходится отказаться от гипотезы независимости результатов наблюдения от выбора наблюдателей. В частности, может оказаться, что $p_{12}(A, \tilde{N}, \lambda) \neq p_1(A, \lambda) p_2(\tilde{N}, \lambda)$. А так как физический механизм взаимодействия между подсистемами во время измерений исключен, то вводят особые, квантовые правила подсчета вероятностей, а сами состояния подсистем считают «запутанными».

Мы хотим предложить другой способ выхода из парадокса. А именно — отказаться от не конструктивного представления о «свободе выбора» наблюдателей. Свобода выбора у каждого из них настолько очевидна, что, как правило, забывают, что на практике реализуется всегда лишь один из возможных сценариев измерения. Другая последовательность выборов соответствует уже другому ансамблю частиц и другой таблице результатов. Мы сколько угодно можем считать, что «могли бы для некоторой пары частиц вместо измерения AC провести измерение AD, BC или BD». Но мы никогда не сможем этого проверить в эксперименте, так как в результате измерения состояние наблюдаемой системы изменяется. Фактически мы имеем дело с выборкой из серии однотипных измерений. Максимальная информация, которая может быть экспериментально проверена — это отсутствие корреляций как между выбором двух наблюдателей (если не было предварительной договоренности), так и между их выбором и неизвестным до наблюдения состоянием частицы. Поэтому будем считать выбор каждого из двух наблюдателей свободным, если выполняется обычный корреляционный критерий его независимости, как от состояния наблюдаемой системы, так и от выбора другого наблюдателя. Это исключает как возможность «сверхсветового телеграфа», так и какое бы то ни было нарушение причинно следственных связей.

В рассматриваемом случае конкретной реализации ЭПР-эксперимента множества столбцов, по которым подсчитаны вероятности $P_1(A)$ и $P_2(C)$, пересекаются лишь частично. В результате оказывается, что мы всегда можем заполнить реализуемую часть таблицы измерений таким образом, чтобы:

а) подсчитанные вероятности $P_1(A)$, $P_2(C)$ и $P_{12}(A, C) \neq P_1(A) \cdot P_2(C)$ удовлетворяли предсказанным теорией значениям (для других пар аналогично);

б) результат измерений A не зависел от того, проводится при этом измерение C или нет, и наоборот (вероятность получения положительного результата одинакова для обоих выборов).

Парадоксальность ситуации, присутствующая как в классической, так и в квантовой моделях, снимается за счет того, что мы вообще исключаем из рассмотрения не реализованные возможности. А для реализованных не возникает никаких противоречий. Например, вопрос о том, влияет ли на результат измерения «A» факт проведения вторым наблюдателем измерения «C», в рамках старой концепции «свободы выбора» имеет положительный ответ. Его смысл в том, что «если бы мы в уже заполненной таблице измерений поменяли выбор второго наблюдателя (вместо открытых клеток в строке «C» открыли клетки в строке «D» и наоборот), то некоторую долю клеток в строке «A» для сохранения «правильных» вероятностей так же пришлось бы поменять».

При новом подходе ответ отрицателен, так как мы не можем для проверки влияния повторить эксперимент над той же системой. А по косвенным признакам, которые, по сути, и являются единственно конструктивными, — невозможность получить информацию о выборе второго наблюдателя на основании результатов измерений «A», такое влияние отсутствует.

Последнее обстоятельство особенно важно при построении экономических моделей. Дело в том, что реальные причинно-следственные связи между выборами трейдеров настолько

сложны, что физические механизмы формирования рынка, так же как и механизмы принятия решений продавцами и покупателями, не поддаются точному анализу. Однако любой косвенный (корреляционный) критерий влияния одних событий на другие, благодаря повсеместному широкому использованию математических методов анализа, тут же используется для предсказания динамики цен и получения прибыли. Далее мы рассмотрим некоторые из проявлений квантовых свойств в экономических моделях и покажем неизбежность их возникновения.

Возникновение квантовых свойств в экономических моделях

Парадоксальность классических моделей рынка

Рассмотренный выше пример классической системы с квантовыми свойствами все еще далек от возможных экономических приложений. В качестве иллюстрации рассмотрим широко известную модель Ф. Блека и М. Шоулса, за которую была получена нобелевская премия в 1997 году. В качестве одной из аксиом, принятых при ее построении, используют предположение о том, что динамика цены акции $S(t)$ описывается уравнением $dS/S = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dW(t)$, где μ и σ — постоянные, а $W(t)$ — стандартный винеровский процесс [1].

На первый взгляд, такая динамика может соответствовать поведению классической системы. Например, броуновской частицы. Однако даже самый простой анализ условий торгов показывает, что ни одна из классических моделей не годится для описания эволюции рынка. Так, предположим, что в некоторый момент времени t_0 известна цена товара и закон ее детерминированной эволюции. Тогда каждый из участников торгов, обладающий этой информацией, сможет «предсказать» цену товара в момент времени $t_1 > t_0$. Пусть она оказалась равной S_1^* . Очевидно, что ни один из продавцов товара не будет его продавать по меньшей цене в момент времени t_0 , так же как и ни один из покупателей не будет покупать по большей цене. А это значит, что во все моменты времени цена на товар остается постоянной. Только в этом случае возможна непротиворечивая детерминированная модель торгов.

Менее очевидно, что и в случае «предсказания» вероятностного распределения цены в момент времени $t_1 > t_0$, мы получим тот же результат. Действительно, для любого распределения цены на товар $\rho_1^*(S)$, предсказанного в момент t_1 , можно рассчитать математическое ожи-

дание $S_{1f} = \int_0^\infty S \rho_1^*(S) dS$ цены. Вероятность того, что в момент времени t_1 цена превысит это значение, равна 1/2. Поэтому так же, как и в предыдущем случае, участникам торгов, обладающим этой информацией, бессмысленно покупать товар по большей или продавать по меньшей цене. И в этом случае единственное непротиворечивое распределение цены — не зависящая от времени константа.

Более детальный анализ свойств случайного процесса $W(t)$ показывает, что он исключает одновременное увеличение точности определения «координаты» S и «скорости движения» dS/dt цены акции. Проиллюстрируем этот факт с помощью грубой оценки. В идеализированной непрерывной экономической модели рынка полагают, что изменение его состояния может происходить сколь угодно быстро. Однако для описания процесса требуется выбрать интервал дискретизации, что вносит дополнительную погрешность, связанную уже с этим выбором. Поэтому естественно потребовать, чтобы объективные свойства процесса не зависели от выбора интервала. В частности, из условия независимости приращений следует, что среднеквадратичное отклонение $\delta S(\delta t) \approx \alpha \sqrt{\delta t}$, где α — некоторая константа процесса. Если его рассматривать, как неопределенность «координаты», полученную при ее «измерении за промежуток времени δt », то неопределенность «скорости», измеренной за такой же промежуток, можно оценить как:

$$\delta \left(\frac{dS}{dt} \right) = \frac{\delta [S(t + \delta t) - S(t)]}{\delta t} \approx \frac{\sqrt{2} \delta S(\delta t)}{\delta t} \approx \frac{\sqrt{2} \alpha}{\sqrt{\delta t}}.$$

Произведение неопределенностей «координаты» и «скорости» остается равным $\sqrt{2} \alpha^2$ и не зависит от интервала дискретизации. Отметим, что аналогичными свойствами обладают и процессы, связанные с непрерывным нечетким квантовым измерением. В случае последнего аналогичная константа характеризует скорость декогерентизации квантового состояния наблюдаемой системы и, соответственно, скорость получения информации наблюдателем. Что каса-

ется классических процессов (таких, как броуновское движение), то для достаточно малых интервалов дискретизации последовательные приращения уже нельзя считать независимыми и траектория движения становится классической.

Формирование механизмов решения парадоксов

До тех пор, пока рынок является открытой управляемой системой, результаты торгов определяются лишь тем, насколько полную информацию о динамике цены имеют трейдеры. В этом случае те, кто более точно предсказывают динамику цены, выигрывают за счет тех, кто ошибается в своих предсказаниях. Однако, цена на товар определяется не только внешними факторами, но и тем, что думают о ней большинство трейдеров. По мере того, как все большее их число осваивает новейшие методы предсказания, все больший вклад приходится на долю «парадоксальной добавки». В пределе, когда все объективные факторы формирования цены, такие как объемы поставок, потребление, себестоимость и т. п. становятся общеизвестными, возможность выигрыша или проигрыша на рынке перестает от них зависеть. Все эти особенности можно отнести к проявлению «антропного принципа», сущность которого заключается в том, что свойства рынка отражают уровень развития математических моделей, используемых для его описания.

Видимо, именно невозможность непротиворечивого предсказания цены на рынке и привела к возникновению других механизмов ведения торгов. В последнее время широкое распространение получают различные финансовые производные (ФП) от цены активов.

В основе введения большинства ФП лежит формальный отказ от необходимости совершать продажу или покупку товара. Вместо этого фиксируется право это сделать. При этом каждый из трейдеров может одновременно обладать набором прав, в то время как их одновременная реализация лишена смысла. Уже на этом этапе формального логического анализа мы можем отметить аналогию с математическим аппаратом квантовой механики, основанным на рассмотрении множества альтернатив. В обоих случаях свойства системы определяются всем набором ФП (альтернатив), а не только реально совершенными сделками (реализованными событиями).

В частности, введение ФП позволяет снять парадоксальность предсказания цены акции, описанную выше. Рассмотрим, например, такую ФП, как европейский опцион. При его покупке трейдер получает право купить товар в определенное время по определенной цене. Но он не обязан этого делать! Более того, как показано в модели БШМ, при определенных условиях возможно создание безрискового портфеля ценных бумаг, состоящего из акций и ФП в такой пропорции, что непредсказуемые потери одних компенсируются прибылью других и наоборот. При этом ни цены акций, ни цены ФП от них уже не должны быть предсказуемы. Вместо этого оказывается фиксированной в течение всего промежутка времени (вплоть до момента реализации ФП) прибыль безрискового портфеля.

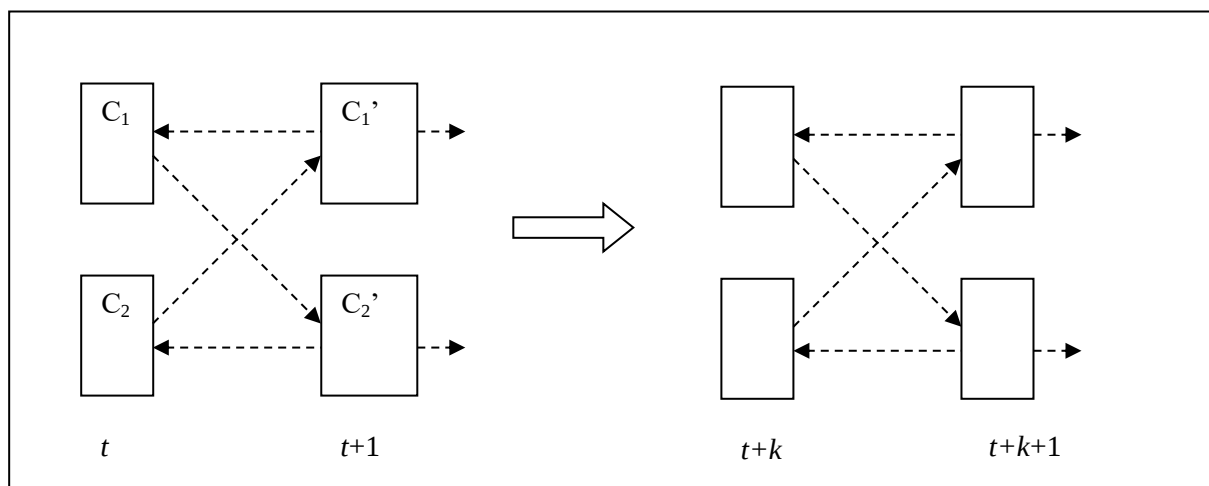
Здесь можно провести аналогию со многими квантовомеханическими эффектами. Например, в опыте Штерна-Герлаха ни щель, через которую пролетела частица, ни проекция ее спина на выбранное направление определенными не являются, однако всегда можно ввести эти переменные таким образом, что их произведение будет одинаковым для всех частиц, прошедших через прибор. И так же, как в этом опыте, для расчета свойств пролетевших частиц мы должны учитывать обе альтернативы, свойства безрискового портфеля в модели Блека–Шоулса будут определяться всеми возможными вариантами цен на его составляющие.

Неизбежность квантовых свойств в моделях рыночных отношений

В экономических моделях существенным является наличие субъекта торгов, который еще до принятия решения может «предвидеть» результат того или иного поступка и в соответствии с предсказанием скорректировать свою стратегию. Можно сказать, что поведение покупателей и продавцов управляется информацией о состоянии рынка, поступающей к ним. В «обычных» системах управления с обратной связью многократная корректировка предсказания позволяет итерационно получить требуемый результат с учетом воздействия, оказываемого наблюдателем на систему (при отсутствии шумов). Однако в экономических системах в силу антагонистического характера интересов субъектов рыночных отношений такое равновесие часто оказывается невозможным. Так, предположим, что в динамической модели рынка «Форекс» все участники имеют одинаковую информацию о ценах за прошедший период. Пользуясь «оптимальной»

стратегией предсказания, они сделают одинаковый выбор для следующего шага торгов (например, подадут заявки на покупку \$US). В этом случае автоматически повышается цена \$US, и его покупка становится невыгодной. Предсказав этот результат, все участники торгов предпочтут продажу \$US что, в свою очередь, снова изменит результат предсказания на противоположный. Возникающая ситуация эквивалентна логическим парадоксам Рассела и не имеет классического детерминированного решения. Схема «процедуры выбора» в этом случае уже не может рассматриваться, как логическая цепочка умозаключений, а представляет собой на каждом временном отсчете замкнутый цикл, рассматриваемый как единый объект. Его свойства и определяют оптимальную смешанную стратегию трейдеров.

Циклический механизм выбора (как один из возможных) приводит к тому, что при формировании оптимальной стратегии одновременно учитываются все альтернативные возможности, независимо от того, какая из них будет реализована. И хотя окончательный выбор может иметь чисто классический механизм (как, например, генератор псевдослучайных чисел,



или остановка циклической цепочки умозаключений в случайный момент времени), мы всегда можем пренебречь влиянием присутствующих в нем скрытых параметров на результат расчета. В рассматриваемом случае порядок «рассмотрения» трейдером различных альтернатив поведения и выбор одной из них определяется процессами, происходящими в его сознании. Вопрос о том, является ли выбор целостным неделимым процессом, или же может быть рассмотрен только как идеализация цепочки умозаключений, в настоящее время окончательно не решен. Тем не менее, переход к конструктивному описанию «свободы выбора» наблюдателя позволяет исключить эту проблему из рассмотрения, как не проверяемую экспериментально в рамках экономической модели. Таким образом, можно полагать, что квантовые свойства в экономических системах могут возникать достаточно часто главным образом в силу возможностей человеческой психики делать предсказания и идеализированного представления о свободе выбора в рамках этих предсказаний. Отметим, что дополнительным условием их возникновения является нарушение неравенства Белла.

Выводы

Отвечая на вопрос, поставленный в названии работы, можно утверждать, что в экономических системах могут реально проявляются квантовые свойства, независимо от того, классическими или квантовыми являются ее элементы. Принципиальная причина этого состоит в том, что экономические модели носят формализованный характер, предполагая наличие «свободы выбора» у субъектов рынка. При рассмотрении физических систем наличие «свободы выбора» у наблюдателя также постулируется как в классических, так и в квантовых моделях. Попытки рассмотрения наблюдателя как части наблюдаемой системы приводят к возникновению противоречий с его идеализированным описанием. При обсуждении подходов к решению этой проблемы большинство исследователей склоняются к гипотезе о квантовом механизме выбора в сознании наблюдателя.

Нами предложен новый подход к описанию этого феномена, основанный на конструктивном определении свойства независимости событий. Мы полагаем выбор наблюдателя сво-

бодным, если выполняется обычный корреляционный критерий его независимости, как от состояния наблюдаемой системы, так и от выбора другого наблюдателя. Другими словами, одно из событий не влияет на другое, если, анализируя результаты второго, невозможно определить, произошло ли и с каким результатом первое событие. Таким образом, вопрос о наличии или отсутствии свободы выбора может быть решен только при рассмотрении результатов ансамблевого эксперимента. При этом вопрос о квантовости самого механизма выбора теряет остроту, так как и классические системы могут с большой точностью обеспечить выполнение конструктивного условия «свободы выбора».

Невозможность детерминированного логического предсказания динамики развития рынка является необходимым условием функционирования многих финансовых механизмов. В связи с этим, в рамках классической логики предсказания схема выбора оказывается, как правило, противоречивой. Это может приводить к нарушению неравенств Белла при реализации оптимальных стратегий выбора и, как следствие, к возникновению квантовых свойств в феноменологической модели, рассматриваемой экономической системы.

Л и т е р а т у р а :

1. *Медведев Г. А.* Математические основы финансовой экономики (Электронный ресурс): Учебное пособие: Часть 1. — Мн.: Научно-методический центр «Электронная книга БГУ», 2003.
2. *Менский М. Б.* Квантовое измерение: декогеренция и сознание // УФН. — 2001. — Т. 171. — № 4. — С. 459–462.
3. Р. Пенроуз. «Новый ум короля».
4. Bell inequalities in economics? By Luca F. Beltrametti (make corrected)
5. *David A. Meyer.* Quantum strategies. // Phys. Rev. Lett., 82(5): 1052–1055, February 1999.
6. *Eisert Jens, Martin Wilkens, and Maciej Lewenstein.* Quantum games and quantum strategies. — arXiv: quant-ph/9806088. — V3. — 29 Sept 1999.
7. *Leslie E. Ballentine.* Quantum mechanics: a modern development. — Simon Fraser University, 1999.
8. *Piotrowski Edward W. and Jan Sladkowski.* An invitation to quantum game theory. — arXiv: quantph/ 0211191. — V1. — 28 Nov 2002.

Статья поступила в редакцию 02.06.2006 г.

Melnyk S. I., Tuluzov I. G., Omelyanchouk A. N.

The quantum economics — the mysticism or reality

It is shown that the quantum properties may appear in classical systems as a result of replacement of the genuine interaction mechanism by an idealized model. A specific character of market relations leads to contradictions under the deterministic description of price dynamics. Under the building of a formal model this fact may be responsible for the violation of the Bell inequality and appearance of quantum properties in the model.

Keywords: economics, modeling.