

Бегия Максим Отариевич,
Факультет математики и информатики, Харьковский национальный
университет имени В.Н. Каразина, преподаватель.
Название доклада: “Задачи стабилизации и синтеза для нелинейных систем
с неуправляемым нестабилизируемым первым приближением”

В работе исследованы задачи стабилизации и синтеза ограниченных управлений для некоторых классов нелинейных неуправляемых по первому приближению систем. Так решена задача стабилизации для систем вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u, \\ \dot{x}_i = x_{i-1}^{2k_{i-1}+1} + f_{i-1}(t, x, u), \quad i = 2, \dots, n, \end{cases} \quad (1)$$

где $u \in \mathbb{R}$ – управление, $k_i = \frac{p_i}{q_i} \geq 0$ (p_i – целое число, q_i – нечетное число), $f_i(t, 0, 0) = 0$, $i = 2, \dots, n$. Задача синтеза решена для случая $k_i = 0$, $i = 1, \dots, n-2$, $k_{n-1} = k > 0$.

Задача стабилизации состоит в построении управления $u = u(t, x)$ такого, что нулевая точка покоя системы (1), замкнутой управлением $u(t, x)$, является асимптотически устойчивой в смысле Ляпунова. Задача синтеза состоит в построении такого ограниченного управления $u = u(t, x)$ ($|u(t, x)| \leq d$, $d > 0$ – заданное число), что траектория замкнутой управлением $u(t, x)$ системы (1), начинающаяся в произвольной точке $x_0 \in U \subset \mathbb{R}^n$ (U – некоторая окрестность начала координат), оканчивается в начале координат в некоторый конечный момент времени $T(x_0) \leq +\infty$.

Решение задач синтеза и стабилизации основано на исследовании системы нелинейного приближения исходной нелинейной системы (1). В качестве такого нелинейного приближения рассмотрена система

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u, \\ \dot{x}_i = x_{i-1}^{2k_{i-1}+1}, \quad i = 2, \dots, n. \end{cases} \quad (2)$$

Для системы (2) на основе метод функции Ляпунова построен класс стабилизирующих управлений. Сформулированы достаточные условия, при которых построенное управление стабилизирует и исходную систему (1). Аналогичный подход использован и для решения задачи синтеза. В этом случае построение ограниченных синтезирующих управлений основано на методе функции управляемости В.И. Коробова, который позволяет добиться конечности времени попадания в точку покоя. При построении управлений возникает сингулярное матричное уравнение Ляпунова, которое также исследовано в работе.

Исследованы задачи управляемости и стабилизируемости для сингулярных треугольных систем вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(u, x_1, \dots, x_n), \\ \dot{x}_i = f_i(x_{i-1}, \dots, x_n), \quad i = 2, \dots, n. \end{cases} \quad (3)$$

А именно, рассмотрен случай, когда нарушается условие $\frac{\partial f_n}{\partial x_{n-1}} \neq 0$. Исследование этого случая основано на отображении системы (3) на систему (2) при $k_i = 0$, $i = 1, \dots, n-2$, $k_{n-1} = k > 0$. Предложены широкие классы сингулярных треугольных систем, для которых обратную замену координат и управления удастся найти в явном виде. Такая замена позволяет построить классы стабилизирующих и синтезирующих управлений для этих систем.

Список работ по теме доклада:

- Бебия М.О. Задача синтеза для одной неуправляемой по первому приближению системы // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія „Математика, прикладна математика і механіка“. – 2011. – Вип. 64, № 990 – С. 48–53;
- Бебия М.О. Стабилизация систем со степенной нелинейностью // Вісник ХНУ імені В.Н. Каразіна. Серія „Математика, прикладна математика і механіка“. – 2014. – Вип. 69, № 1120. – С. 75–84;
- Коробов В.И., Бебия М.О. Стабилизация одного класса нелинейных систем, неуправляемых по первому приближению // Доповіді НАН України. – 2014. – № 2. – С. 20–25;
- M.O. Bebiya, Global synthesis of bounded controls for systems with power nonlinearity // Visnyk of V.N. Karazin Kharkiv National University. Ser. „Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics“. – 2015. – Vol. 81;
- Бебия М.О. Гашение колебаний грузов соединенных нелинейной пружиной // Механика. Исследования и инновации. – 2016. – Вып. 9. – С. 27–32;
- M.O. Bebiya, V.I. Korobov, On stabilization problem for nonlinear systems with power principal part // Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry. – 2016. – Vol. 12, No. 2. – P. 113-133;
- V.I. Korobov, M.O. Bebiya, Stabilization of one class of nonlinear systems // Automation and Remote Control. – 2017. – Vol. 78, No. 1. – P. 1-15;
- M.O. Bebiya, V.I. Korobov, Synthesis of bounded controls for nonlinear systems with uncontrollable unstabilizable first approximation (prepared for publication);
- M.O. Bebiya, V.I. Korobov, On controllability and stabilizability of singular triangular systems (prepared for publication).